

Curso de Física Estatística - Pós-Graduação

3ª Lista - 1º Sem 2016

Prof. Thiago R

Justifique e discuta TODAS as suas respostas. Após obter cada resposta cheque se as unidades estão corretas, se os casos limites são físicos e discuta brevemente o significado físico da sua resposta

1. No ensemble grande-canônico

a) Obtenha a condição para que probabilidade $P(E, N)$ do ensemble grande-canônico, tenha um máximo. Interprete seu resultado

b) Obtenha a aproximação gaussiana de $P(E, N)$.

c) Obtenha a expressão abaixo para as flutuações relativas na energia e interprete seu resultado.

$$\frac{\sigma_E^2}{E^2} = \frac{\sigma_C^2}{E^2} + \frac{\sigma_N^2}{E^2} \left(\frac{\partial E}{\partial N} \right)^2$$

2. (\sim Salinas 7.1) - Mostre que a entropia no ensemble grande canônico pode ser escrita na forma $S = -k_B \sum_j P_j \ln P_j$ com a probabilidade P_j dada por $P_j = \frac{e^{-\beta E_j + \beta \mu N_j}}{\Xi}$

Mostre que a mesma expressão vale também nos ensembles microcanônico, canônico e das pressões (com a distribuição de probabilidades adequada em cada caso).

3. (\sim Salinas 7.2) Considere um gás clássico ultra-relativístico, contido em um recipiente de volume V , em contato com um reservatório térmico e de partículas (que define a temperatura T e o potencial químico μ). O hamiltoniano do sistema é $H = \sum_{i=1}^N c |\vec{p}_i|$ onde c (velocidade da luz) é uma constante positiva.

a) Obtenha a grande função de partição e o grande potencial termodinâmico associado ao sistema.

b) Por meio de uma transformada de Legendre do grande potencial termodinâmico, obtenha a energia livre de Helmholtz do sistema e a compare com o resultado que se obtém no ensemble canônico para o gás ultra-relativístico (Prob. 6.1)

4. Salinas 7.3 a) Obtenha a grande função de partição para um sistema clássico de partículas contidas numa região de volume V , definido pela hamiltoniana:

$$H = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\vec{p}_i^2}{2m} + u(\vec{r}_i) \right]$$

b) Escreva as equações de estado na representação do grande potencial termodinâmico.

c) Mostre que tanto a energia como a pressão obedecem a equações típicas de gás ideal para qualquer forma do potencial de partícula única $u(\vec{r}_i)$.

5. (\sim Salinas 7.6) A uma determinada temperatura T , uma superfície com N_0 centros de adsorção tem $N \leq N_0$ moléculas adsorvidas. Supondo que não haja interação entre as moléculas e que uma partícula adsorvida tenha energia $-\epsilon$, mostre que o potencial químico do gás adsorvido pode ser escrito na forma $\mu = k_B T \ln \left[\frac{N}{(N_0 - N) e^{\beta \epsilon}} \right]$

6. Considere um sistema de N partículas localizadas e independentes. Os níveis de energia de cada partícula são dados por $\epsilon_k = \epsilon_0 + k\delta$, onde o número quântico k assume valores de 0 a n (sistema com $n + 1$ níveis igualmente espaçados). O sistema está em contato com um reservatório térmico a temperatura T .
- Determine a função de partição do sistema.
 - O fator de correção $1/N!$ é necessário nesse sistema? Justifique e comente sua resposta.
 - Calcule a sua energia livre de Helmholtz por partícula $f(T)$, a energia interna $u(T)$ e a entropia $s(T)$.
 - Calcule a capacidade térmica por partícula $c(T)$.
 - Compare os seus resultados com os do sistema de dois níveis (para $n = 1$) e do sólido de Einstein no limite $n \rightarrow \infty$.
7. Considere o problema de N partículas localizadas estudado no problema anterior, com n estados. Determine a grande função de partição e o grande potencial termodinâmico desse sistema.
8. Salinas 5.5. Considere um sistema de N partículas clássicas e não-interagentes. Os estados de partícula única têm energia $\epsilon_n = n\epsilon$ e são n vezes degenerados ($\epsilon > 0, n = 1, 2, 3, \dots$). Calcule a função de partição canônica desse sistema. Obtenha expressões para a energia interna e a entropia em função da temperatura. Quais os valores da entropia e do calor específico no limite de altas temperaturas?