Curso de Física Estatística - Pós-Graduação

4^a Lista - 1^0 Sem 2016

Prof. Thiago R

Justifique e discuta TODAS as suas respostas. Após obter cada resposta cheque se as unidades estão corretas, se os casos limites são físicos e discuta brevemente o significado físico da sua resposta

1. Considere duas situações: i) elétrons que saem de um forno com spin na direção z distribuidos de forma aleatória e uniforme entre up e down. ii) elétrons que saem de um forno num estado de superposição "equiprovável" entre up e down na direção z.

   a) Obtenha a matrix densidade em cada um dos casos

   b) Calcule o valor esperado do spin na direção z e compare os resultados.

   c) Discuta a diferença entre os dois operadores densidade. Se eles são distintos como é possível detectar tal diferença

2. (Prob. 5.1 do Pathria) Obtenha a matriz densidade do spin de um eletron em um campo externo B e com temperatura T na representação onde σ^x é diagonal. Calcule o valor esperado de σ^z e mostre que é igual ao valor obtido quando usamos a representação onde σ^z é diagonal: $\langle \sigma^z \rangle = \tanh(\beta \mu_B B)$.

3. (Prob. 5.3 do Pathria) Para os sistemas abaixo, obtenha a matriz densidade na representação de momento, calcule a energia média e estude o comportamento de $\rho(p, p')$ no limite de altas e baixas temperaturas.

   a) Uma partícula livre a temperatura T dentro de uma caixa de tamanho L.

   b) Um oscilador harmônico a temperatura T

4. (Prob. 5.4 do Pathria) Estude a matriz densidade de um gás ideal utilizando a função de onda não simetrizada (produto direto das funções de onda de 1 partícula) e mostre não aparece o fator de Gibbs nem uma correlação espacial entre as partículas.

5. (Prob. 5.5 do Pathria) Como vimos a indistinguibilidade entre as partículas, introduz um tipo de "interação efetiva" entre partículas não interagentes. Assim, mostre que a primeira aproximação para a função de partição de um sistema de N partículas não interagentes é dado por

   $$Q_N(V,T) = \frac{1}{N!\lambda^{3N}} Z_N(V,T)$$

   com

   $$Z_N(V,T) = \int \exp\left[-\beta \sum_{i<j} v_s(r_{ij})\right] d^{3N}r$$

   e

   $$v_s(r) = -K_B T \ln[1 \pm \exp(-2\pi r^2/\lambda^2)]$$

   o potencial estatístico. Então calcule a correção de primeira ordem para a equação de estado.

Problemas Extras

6. (Prob. 5.7 do Pathria) Mostre que a função de partição quântica de um sistema de partículas interagentes, se aproxima da forma clássica

$$\frac{1}{N!\lambda^{3N}} \int e^{-\beta E(q,p)} d^{3N}q d^{3N}p$$

quando o comprimento de ondar térmico λ se torna muito menor que i) a distância média entre partículas $(V/N)^{1/2}$ e ii) o comprimento caracteristíco r_0 do potencial entre as partículas