Curso de Física Estatística

5^a Lista - 2^0 semestre 2013

Prof. Thiago R de Oliveira

Baseado nos Capítulo 5 e 6 do Salinas e 6 e 7 do Reif

1. (Salinas 5.1) A energia de um sistema de N íons magnéticos localizados, a temperatura T, na presença de um campo H, pode ser escrita na forma

$$H = D\sum_{i=1}^{N} S_i^2 - \mu_0 H \sum_{i=1}^{N} S_i$$

onde os parâmetros D, μ_0 e H são positivos e $S_i = +1, 0$ ou -1, para qualquer sítio i .

a) Obtenha a função de partição canônica .

b) Obtenha expressões para a energia interna e magnetização por íon.

c) Para campo nulo, indique o comportamento dessas grandezas quando $T \to 0$ e quando $T \to \infty$

2. (Salinas 5.2) Considere um sistema magnético unidimensional de N spins localizados, à temperatura T, definido pela energia

$$H = -J \sum_{i=1,3,5,...N-1}^{N} \sigma_i \sigma_{i+1} - \mu_0 H \sum_{i=1}^{N} \sigma_i$$

onde os parâmetros J, μ_0 e H são positivos e $\sigma_i = \pm 1$ para qualquer sítio i. Suponha que N seja um número par e observe que a primeira soma é sobre os valores ímpares de i.

a) Obtenha a função de partição canônica.

b) Obtenha expressões para a energia interna por partícula, u = u(T, H) e para a entropia por partícula s(T,h). Esboce um gráfico de u(T,H=0) e s(T,H=0) em função de T.

c) Obtenha a magnetização por partícula,

$$m = m(T, H) = \frac{1}{N}\langle \mu_0 \sum_{i=1}^{N} \sigma_i \rangle$$

e a susceptibilidade magnética. Esboce um gráfico de ambas em função de T.

3. (Salinas 5.3) Considere um sistema de N partículas clássicas não interagentes em contato com um reservatório térmico a temperatura T. Cada partícula pode ter energia 0, $\epsilon > 0$ ou 3ϵ. Obtenha uma expressão para a função canônica de partição e calcule a energia interna por partícula, $u = u(T)$. Esboce um gráfico de u contra T (indique claramente os valores de u nos limites $T \to 0$ e $T \to \infty$. Calcule a entropia por partícula, $s = s(T)$, e esboce um gráfico de s contra T. Esboce um gráfico do calor específico contra a temperatura.

4. (Salinas 5.6) Considere um conjunto de N osciladores unidimensionais clássicos, localizados e independentes em contato com um reservatório térmico a temperatura T. O hamiltoniano do sistema é

$$H = \sum_{i=1}^{N} (p_i^2/2m + mw^2 q_i^2/2)$$

Utilizando o formalismo do ensemble canônico no espaço de fase clássico,

a) Obtenha a função de partição do sistema.

b) Determine a energia livre de Helmholtz por partícula.

c) Calcule a entropia por partícula

d) Calcule a energia média por oscilador. Como o seu valor se compara com o obtido no microcanônico no limite termodinâmico? Comente a relação entre os dois, lembrando que no microcanônico a energia do sistema é fixa, enquanto ela pode variar no canônico.

e) Determine a capacidade térmica por oscilador. Compare com a previsão do teorema da equipartição da energia.

f) Compare seus resultados com os da versão quântica desse problema (sólido de Einstein).

g) Em que circunstâncias os cálculos feitos nos itens anteriores são fisicamente inadequados? Justifique.

5. Reif 6.8 Considere um modelo bidimensional para um sólido no qual os átomos se situam nos vértices de uma rede quadrada com parâmetro de rede igual a a. A temperatura desse sólido é igual a T e N dos átomos do sólido são substituídos por impurezas de carga $-e$. O sólido é eletricamente neutro, de maneira que para cada impureza negativa há um íon de carga $+e$, que pode se mover livremente entre os sítios da rede. Na ausência de campo aplicado, o íon positivo pode ocupar com igual probabilidade qualquer uma das quatro posições nos centros de quadrados elementares da rede vizinhos ao sítio da impureza negativa (veja figura do Reif). Assuma que as interações entre íons de pares distintos possam ser desprezadas. Aplica-se um campo elétrico ϵ ao sólido ao longo da direção x, suficientemente pequeno para que não ocorra a "ionização " de pares de cargas opostas. Lembre-se que a energia potencial de um dipólo em um campo elétrico é $-\vec{p}.\vec{\epsilon}$

a) Escreva a função de partição canônica do sistema.

b) Obtenha a energia livre de Helmholtz por par de íons.

c) Calcule o momento de dipólo elétrico médio, ao longo da direção x, por par de íons.

6. (Salinas 6.1) Um sistema de N partículas clássicas ultra-relativísticas, dentro de um recipiente de volume V, a uma temperatura T, é definido pelo hamiltoniano

$$H = \sum_{i=1}^{N} c|\vec{p}_i|$$

onde c (velocidade da luz) é uma constante positiva. Obtenha uma expressão para a função canônica de partição. Calcule a entropia por partícula como função da temperatura e do volume por partícula v . Qual é a expressão do calor específico a volume constante ?

7. (Salinas 6.2) Considere um conjunto de N osciladores unidimensionais, descrito pelo hamiltoniano

$$H = \sum_{i=1}^{N} [\frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m} + \frac{mw^2 x_i^n}{2}]$$

onde n é um número par e positivo. Utilize o formalismo canônico para obter uma expressão para o calor específico clássico desse sistema.